Les Francs Bourgeois - La Salle
Frères des Écoles Chrétiennes

DST de :	MATHEMATIQUES		
Date du DST :	Vendredi 10 novembre 2023	Durée de l'épreuve :	2 heures
Nom du professeur :	Mme FAHLAOUI	Classe :	Tle STMG
Matériel autorisé :	• L'usage de la calculatrice graphique est autorisé pour cette épreuve. • L'usage de la calculatrice sans mémoire « type **collège** » est autorisé pour cette épreuve.		
Consignes particulières :	• Ne pas rendre le sujet ; seulement la page 5 du sujet complétée. • Soigner la rédaction.		

Exercice 1

1. Calculer le terme de rang $n = 3$ dans les cas suivants :
   (a) $\forall n \in \mathbb{N} - \{0; 1\}$, $u_n = \dfrac{n+3}{n-1}$.
   (b) $\begin{cases} u_0 = 2 \\ \forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = 2u_n + 1 \end{cases}$
2. Étudier le sens de variation de la suite $(u_n)_{n \geqslant 1}$ définie par $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = 5n^2 + 2n - 3$
3. $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison -2 et de premier terme $v_0 = 3$. Calculer la somme des 6 premiers termes de cette suite.

Exercice 2

1. Déterminer le sens de variation des fonctions suivantes sur $\mathbb{R}$:
   (a) $f : x \longmapsto 0,4 \times \left(\dfrac{2}{3}\right)^x$
   (b) $g : x \longmapsto -1,2 \times 95^x$
2. Démontrer que $\dfrac{\left(2^{-\frac{1}{2}}\right)^6}{125} = \dfrac{1}{10^3}$

Exercice 3

Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est correcte. Compléter le tableau mis en annexe. Aucune justification n'est demandée. Chaque réponse correcte rapporte 0,5 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'enlève pas de point.

Donner vos réponse sur l'annexe

Question 1

$10^{4,5} \times 10^{-2}$ est égal à :

a. 10^{-9}	**b.** $10^{2,5}$
c. $100^{2,5}$	**d.** $10^{-2,5}$

Question 2

Soit (u_n) une suite arithmétique telle que $u_3 = \dfrac{9}{2}$ et $u_6 = 3$.
Alors le premier terme u_0 et la raison r de la suite sont :

a. $u_0 = 6$ et $r = -\dfrac{1}{2}$	**b.** $u_0 = \dfrac{1}{2}$ et $r = 6$
c. $u_0 = 6$ et $r = \dfrac{1}{2}$	**d.** $u_0 = \dfrac{3}{2}$ et $r = \dfrac{1}{2}$

Question 3

Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = 3n^2 + 5$. On a :

a. $u_{n+1} = 3n^2 + 6$	**b.** $u_{n+1} = 3n^2 + 8$
c. $u_{n+1} = 3n^2 + 6n + 8$	**d.** $u_{n+1} = 3n^2 + 5$

Question 4

On considère le programme écrit en langage Python ci-dessous.

```
s = 0
for i in range(51) :
  s = s + i
```

Quelle est la valeur contenue dans la variable `s` après exécution du programme ?

a. 51	**b.** 1 326	**c.** 1 275	**d.** 2 500

Question 5

La valeur exacte de la somme $S = 1 + \dfrac{1}{2} + \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + \cdots + \left(\dfrac{1}{2}\right)^{15}$ est :

a. 1,750 030 518	**b.** $2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{15}$	**c.** $2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{14}$	**d.** 1,999 969 482

Exercice 4

Dans une ville, on estime qu'à partir de 2013, le nombre de voitures électriques en circulation augmente de 12 % par an.

Au 1$^{\text{er}}$ janvier 2013, cette ville propose 148 places de parking spécifiques avec borne de recharge. La commune prévoit de créer chaque année 13 places supplémentaires.

La feuille de calcul ci-dessous doit rendre compte de ces données.

Les cellules sont au format « nombre à zéro décimale ».

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Date	1$^{\text{er}}$ janvier 2013	1$^{\text{er}}$ janvier 2014	1$^{\text{er}}$ janvier 2015	1$^{\text{er}}$ janvier 2016	1$^{\text{er}}$ janvier 2017	1$^{\text{er}}$ janvier 2018	1$^{\text{er}}$ janvier 2019
2	Nombre de voitures électriques	100	112					
3	Nombre de places spécifiques	148	161					

Partie A

1. Préciser une formule qui, entrée en cellule C2, permet, par recopie vers la droite, d'obtenir le contenu des cellules de la plage C2 : H2.
2. Soit n un entier naturel. Le nombre de voitures électriques en circulation au 1$^{\text{er}}$ janvier de l'année $(2013 + n)$ est modélisé par le terme v_n d'une suite géométrique.

   Ainsi $v_0 = 100$ et $v_1 = 112$.

   (a) Calculer, à l'unité près, v_2 et v_3.

   (b) Déterminer la raison de la suite (v_n). On justifiera la réponse.

   (c) Donner la forme explicite de la suite (v_n).

   En déduire v_8 et v_9 arrondis à l'unité.

   Qu'en conclure ?

Partie B

1. Préciser une formule qui, entrée en cellule C3, permet, par recopie vers la droite, d'obtenir le contenu des cellules de la plage C3 : H3.
2. Soit n un entier naturel. On note p_n le nombre de places de parking spécifiques au 1$^{\text{er}}$ janvier de l'année $(2013 + n)$. Ainsi $p_0 = 148$.

   (a) Donner les 3 premiers termes de la suite (p_n).

   (b) Exprimer p_n en fonction de n, pour tout n entier naturel non nul.

   En déduire l'année où le nombre de places de parking spécifiques dépassera pour la première fois 250.

Exercice 5

Une collectivité locale octroie une subvention de 116 610 € pour le forage d'une nappe d'eau souterraine. Une entreprise estime que le forage du premier mètre coûte 130 € ; le forage du deuxième mètre coûte 52 € de plus que celui du premier mètre ; le forage du troisième mètre coûte 52 € de plus que celui du deuxième mètre, etc.

Plus généralement, le forage de chaque mètre supplémentaire coûte 52 € de plus que celui du mètre précédent.

Pour tout entier n supérieur ou égal à 1, on note : u_n le coût du forage du n-ième mètre en euros et S_n le coût du forage de n mètres en euros ; ainsi $u_1 = 130$.

1. Calculer u_2 et u_3.
2. Préciser la nature de la suite (u_n). En déduire l'expression de u_n en fonction de n, pour tout n entier naturel non nul.
3. Calculer S_2, S_3 puis à l'aide de la formule du cours, S_n.
4. Afin de déterminer le nombre maximal de mètres que l'entreprise peut forer avec la subvention qui est octroyée, on considère la fonction Python suivante :

```
def nombre_metre(S) :
  C = 130
  n = 1
  while C < S :
    C = C + ...
    n = n + 1
  return n
```

Compléter cet algorithme de sorte que l'exécution de la fonction `nombre_metre(S)` renvoie le nombre maximal de mètres que l'entreprise peut forer avec la subvention octroyée. Justifier votre réponse.

NOM Prénom :

Barème :

	Exercice 1	Exercice 2	Exercice 3	Exercice 4	Exercice 5
Total	4	3	2,5	6,5	4

Annexe de l'exercice 1 :

Numéro de la question	1	2	3	4	5
Réponse					